2022年度

数　　学

（100 点　60 分）

第 1 問　次の各問いに答えなさい．

〔1〕 2 直線 $y=-x+1$, $y=\frac{1}{2}x-3$ のなす角を θ とするとき，$\tan\theta$ の値を求めなさい．

〔2〕 次の関数 y の値域を求めなさい．

$$y=4^x-6\cdot 2^x+3 \quad (-1 \leqq x \leqq 2)$$

〔3〕 不等式 $2\log_2(x-3)-\log_2(x+1)<1$ を解きなさい．

第2問　次の各問いに答えなさい．

〔1〕 関数 $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 13$ の極小値を求めなさい．

〔2〕 定積分 $\displaystyle\int_{-2}^{1}(x^2+4x+1)(x+2)\,dx$ を求めなさい．

〔3〕 0 でない異なる 3 つの数 a, b, c について，次の（ア），（イ）が同時になりたつとき，$\dfrac{ab+bc+ca}{b^2}$ の値を求めなさい．

（ア） a, b, c が，この順に等差数列になる．

（イ） b, c, a が，この順に等比数列になる．

〔4〕 座標空間に 3 点 A(4, 0, 3)，B(0, 8, 7)，C(15, 10, 0) を頂点とする △ABC がある．頂点 C から対辺 AB に垂線 CH を下ろしたとき，点 H の座標を求めなさい．

工学部 一般 B

第3問　$t = \cos x - \sin x$,　$f(x) = 2\cos x - 2\sin x - 4\cos x \sin x + 3$ とおく．

このとき，次の各問いに答えなさい．

（1） $a > 0$ かつ，$0 \leqq \theta < 2\pi$ とする．

$t = a\sin(x+\theta)$ と表すとき，a と θ の値をそれぞれ求めなさい．

（2） x が $0 \leqq x \leqq \dfrac{3\pi}{2}$ の範囲を動くとき，t のとり得る値の範囲を求めなさい．

（3） $f(x)$ を t の式で表したものを $g(t)$ とおく．$g(t)$ を求めなさい．

（4） x が $0 \leqq x \leqq \dfrac{3\pi}{2}$ の範囲を動くとき，

$g(t)$ の最大値と最小値，およびそのときの t の値を，それぞれ求めなさい．

工学部 一般 B

2022 年度
工学部
一般選抜 B
数学
解答用紙

受験番号										
生年月日					年		月			日

採点欄

注意事項

第 1 問 と **第 2 問** に対する解答は，この用紙の下方の指定枠の中に 結果だけ を書きなさい．

第 3 問 に対する解答は，この用紙の裏面に 結果だけでなく過程も 書き入れなさい．
どの問題を解いているかが分かるように 該当する小問題の番号を明記し，見やすく記述する こと．

第 1 問

〔1〕	3
〔2〕	$-6 \leqq y \leqq \frac{1}{4}$
〔3〕	$3 < x < 7$

第 2 問

〔1〕	-7
〔2〕	$\frac{27}{4}$
〔3〕	-6
〔4〕	$(3, 2, 4)$

裏面へ続く

入試解答編　一般選抜 B　数学（工学部）

工学部 一般 B

第 3 問

(1) 三角関数の合成から $t = (-1)\cdot\sin x + 1\cdot\cos x = \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$. 従って，$\boxed{a = \sqrt{2},\ \theta = \frac{3\pi}{4}}$.

---

(2) $0 \leqq x \leqq \frac{3\pi}{2}$ のとき，$\frac{3\pi}{4} \leqq x + \frac{3\pi}{4} \leqq \frac{9\pi}{4}$ だから $-1 \leqq \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \leqq \frac{1}{\sqrt{2}}$.

いま，$t = \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$（小問（1）の結果）だから $\boxed{-\sqrt{2} \leqq t \leqq 1}$.

---

(3) $t^2 = (\cos x - \sin x)^2 = 1 - 2\sin x\cos x$ より，$-4\sin x\cos x = 2t^2 - 2$ だから，

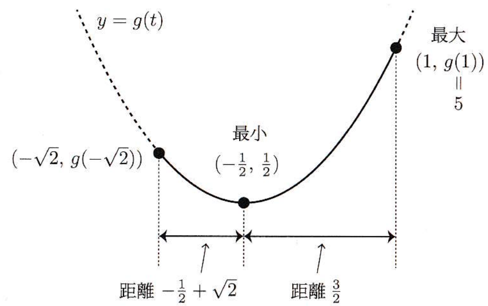
$f(x) = 2(\cos x - \sin x) - 4\cos x\sin x + 3 = 2t + (2t^2 - 2) + 3 = \boxed{2t^2 + 2t + 1 = g(t)}$.

---

(4) x が $0 \leqq x \leqq \frac{3\pi}{2}$ の範囲を動くとき，t は $-\sqrt{2} \leqq t \leqq 1$ の範囲を動く（小問（2）の結果）.

また，小問（3）の結果を平方完成して $g(t) = 2\left(t + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$.

$-\frac{1}{2} + \sqrt{2} < \frac{3}{2}$ に注意すると，$y = g(t)$ $(-\sqrt{2} \leqq t \leqq 1)$ のグラフの概形は次のようになる．



従って，$\boxed{g(t)\ \text{の最大値は}\ 5\ (t = 1\ \text{のとき}),\quad \text{最小値は}\ \frac{1}{2}\ (t = -\frac{1}{2}\ \text{のとき})}$.