

1 次の各 にあてはまる数や式を答えなさい。

(1) $(\sqrt[3]{3} - 1)(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1) = \text{ア}$,

$\frac{1}{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1}$ を分母が $\sqrt[3]{9}$, $\sqrt[3]{3}$ を含まない式に

変形すると .

(2) $a < b$ とし, $a, 2, 3b$ が等比数列, $\frac{1}{a}, 1, \frac{1}{b}$ が等差数列と

なるとき, $a = \text{ウ}$, $b = \text{エ}$.

(3) $\log_5 3$ は $\log_{25} 3$ の 倍,

$\log_{10} 3$ が $\log_5 3$ の $\log_{10} M$ 倍であるとき, $M = \text{カ}$.

(4) $\overrightarrow{OA} = (1, \sqrt{3}, 2)$, $\overrightarrow{OB} = (1 - 2\sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}, -2)$ のとき,

$\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ の内積の値は , $\triangle OAB$ の面積は .

(5) $\tan \frac{\theta}{2} = 2$ であるとき, $\cos^2 \frac{\theta}{2} = \text{ケ}$, $\cos \theta = \text{コ}$.

2 n は自然数とする. a, b, c の文字式 $(a + b + c)^n$ の展開式で,
 $a^p b^q c^r$ の係数は $\frac{n!}{p! q! r!}$ であることが知られている.

ただし, p, q, r は, 0 以上 n 以下の整数で, $p + q + r = n$ を
みたすものとする.

このことを用いて, 次の各問いに答えなさい.

(1) $(a + b + 1)^{10}$ の展開式における $a^2 b^8$ の係数を求めなさい.

(2) $(a + b + 1)^{10}$ の展開式における $a b^3$ の係数を求めなさい.

(3) $(a + b + 1)^{10}$ の展開式における b^5 の係数を求めなさい.

(4) $(x^2 + x + 1)^{10}$ の展開式における x^5 の係数を求めなさい.

数学②

工一般 A (26 日)

3

a は定数とし、2つの放物線 $C_1: y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + a$ と

$C_2: y = \frac{1}{2}x^2$ には共有点が2つあるとする。その共有点の

x 座標を α, β ($\alpha < \beta$) とするとき、次の各問いに答えなさい。

(1) a の値の範囲を求めなさい。

(2) $\alpha\beta$ を a で表しなさい。

(3) $\beta - \alpha$ を a で表しなさい。

(4) C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を S とする。 S を a で表しなさい。

(5) $S = \frac{9}{2}$ であるとき、 a の値を求めなさい。

数学②

工一般A(26日)

1

(1) ア	2	イ	$\frac{\sqrt[3]{3}-1}{2}$
(2) ウ	$\frac{2}{3}$	エ	2
(3) オ	2	カ	5
(4) キ	0	ク	$4\sqrt{3}$
(5) ケ	$\frac{1}{5}$	コ	$-\frac{3}{5}$

2

(1) $n=10, p=2, q=8, r=0$ より, a^2b^8 の係数は, $\frac{10!}{2!8!0!} \cdot 1^0 = 45$.

答: 45

(2) $n=10, p=1, q=3, r=6$ より, ab^3 の係数は, $\frac{10!}{1!3!6!} \cdot 1^6 = 840$.

答: 840

(3) $n=10, p=0, q=5, r=5$ より, b^5 の係数は, $\frac{10!}{0!5!5!} \cdot 1^5 = 252$.

答: 252

(4) $(x^2)^p \cdot x^q \cdot 1^r = x^{2p+q} = x^5 \Leftrightarrow 2p+q=5$ をみたす (p, q, r) の組合せは,
 $(p, q, r) = (0, 5, 5), (1, 3, 6), (2, 1, 7)$ の3通りある.

$(0, 5, 5)$ のとき, (3) より係数は 252, $(1, 3, 6)$ のとき, (2) より係数は 840.

$(2, 1, 7)$ のとき, 係数は $\frac{10!}{2!1!7!} \cdot 1^7 = 360$.

以上より, x^5 の係数は $252 + 840 + 360 = 1452$ である.

答: 1452

- (1) $-\frac{1}{2}(x-1)^2 + a = \frac{1}{2}x^2 \Leftrightarrow x^2 - x + \frac{1}{2} - a = 0$ の判別式が正のとき、
共有点が2個となる.

$$(\text{判別式}) = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \left(\frac{1}{2} - a\right) = 4a - 1 > 0 \Leftrightarrow a > \frac{1}{4}.$$

$$\text{答: } \underline{a > \frac{1}{4}}$$

- (2) $x^2 - x + \frac{1}{2} - a = 0$ の2つの解が α, β である.

解と係数の関係から、 $\alpha + \beta = 1, \alpha \cdot \beta = \frac{1}{2} - a$ である.

$$\text{答: } \underline{\frac{1}{2} - a}$$

- (3) $(\beta - \alpha)^2 = \beta^2 - 2\beta \cdot \alpha + \alpha^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha \cdot \beta = 4a - 1.$

$$\alpha < \beta \Leftrightarrow \beta - \alpha > 0 \text{ より, } \beta - \alpha = \sqrt{4a - 1}.$$

$$\text{答: } \underline{\sqrt{4a - 1}}$$

- (4) 求める面積は、

$$\begin{aligned} S &= \int_{\alpha}^{\beta} \left\{ -\frac{1}{2}(x-1)^2 + a - \frac{1}{2}x^2 \right\} dx = \int_{\alpha}^{\beta} \left\{ -x^2 + x + \left(a - \frac{1}{2}\right) \right\} dx \\ &= \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + \left(a - \frac{1}{2}\right)x \right]_{\alpha}^{\beta} = -\frac{\beta^3 - \alpha^3}{3} + \frac{\beta^2 - \alpha^2}{2} + \left(a - \frac{1}{2}\right)(\beta - \alpha) \\ &= (\beta - \alpha) \left\{ -\frac{\beta^2 + \beta \cdot \alpha + \alpha^2}{3} + \frac{\beta + \alpha}{2} + \left(a - \frac{1}{2}\right) \right\} \\ &= \dots = \frac{(4a - 1)\sqrt{4a - 1}}{6}. \end{aligned}$$

$$\text{答: } \underline{\frac{(4a - 1)\sqrt{4a - 1}}{6}}$$

- (5) $S = \frac{\sqrt{(4a - 1)^3}}{6} = \frac{9}{2} \Leftrightarrow \sqrt{(4a - 1)^3} = 27 \Leftrightarrow 4a - 1 = 9 \Leftrightarrow a = \frac{5}{2}.$

$$\text{答: } \underline{\frac{5}{2}}$$