

問題

1.

$$\frac{1}{1 + \sqrt[3]{3} + 2\sqrt[3]{9}}$$

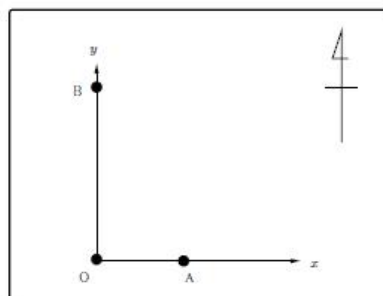
2

次の漸化式で定まる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ:

$$a_{n+2} = 2\sqrt[3]{\frac{a_{n+1}^5}{a_n^2}}, \quad a_0 = 1, \quad a_1 = 2.$$

3

中学校の理科で習ったように、地震は2種類の波、P波(縦波)、S波(横波)から構成されていることが知られている。P波、S波は、それぞれ、秒速8km、秒速4kmで震源から球面波として伝わりとする。P波が観測されてからS波が観測されるまでの時間を初期微動継続時間とし、この時間を測ることにより震源までの距離を見積もることができる。先般の地震で、図の地点O、A、Bで、それぞれ10.75秒、11.25秒、21.3125秒の初期微動継続時間が観測された。ここで、A、Bは、それぞれOから東に44km、北へ253.5kmの位置にあるという。



(1) O、A、Bから震源までの距離をそれぞれ求めよ。

(2) 震源の位置と震源の深さを求めよ。

4

$f(x) = x^3 - 10x^2 + kx$ とする。但し、 k は正の実数とする。

(1) 方程式 $f(x) = 0$ が3つの実数解をもち、それらの解が互いに1以上離れているための k の条件を求めよ。

(2) (1) の条件を満たす k のうちで、曲線 $y = f(x)$ と x 軸とによって囲まれる図形の面積を最小にするものを求めよ。