

1 次の各 にあてはまる数や式を答えなさい.

(1) a を定数とする. 直線 $ax + (a - 3)y = 5$ が,

y 軸に平行になるのは $a = \text{ア}$ のときであり,

傾きが 1 となるのは $a = \text{イ}$ のとき.

(2) 第 7 項が 31, 初項から第 20 項までの和が 2020 の等差数列の

初項は , 公差は .

(3) 点 $(3, 1)$ を中心とする円 C が直線 $y = -\frac{3}{4}x - 2$ と接している

とき, 円 C の半径は , 円 C と x 軸との 2 つの交点を結ぶ

線分の長さは .

(4) x, y は定数とし, $\vec{a} = (4, -1, -3)$, $\vec{b} = (2x, 7, 5y - 4)$ とする.

$x = \text{キ}$, $y = \text{ク}$ のとき, $\vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行となる.

(5) $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ とする. $4 \sin^2 2x - 16 \sin^2 x + 9 = 0$ が成り立つとき,

$\sin x = \text{ケ}$, $x = \text{コ}$.

数学①

2

$\log_2 3 = a$, $\log_3 5 = b$, $\log_5 7 = c$ とするとき,
次の各問いに答えなさい.

(1) 2^a を求めなさい.

(2) 2^{ab} を求めなさい.

(3) 2^{abc} を求めなさい.

(4) $p = \frac{ab + a + 1}{abc}$ のとき, 7^p を求めなさい.

数学①

3

放物線 $y = \frac{1}{4}x^2$ の点 $A(2, 1)$ における接線を ℓ ,
点 A を通り, ℓ に垂直な直線を m とするとき,
次の各問いに答えなさい.

- (1) 接線 ℓ の方程式を求めなさい.
- (2) 直線 m の方程式を求めなさい.
- (3) 放物線 $y = -x^2 + 9x - 22$ の頂点の座標を求めなさい.
- (4) 直線 m と放物線 $y = -x^2 + 9x - 22$ の共有点を B とするとき,
点 B の座標を求めなさい.
- (5) 2つの放物線 $y = \frac{1}{4}x^2$ と $y = -x^2 + 9x - 22$, 線分 AB および
 y 軸で囲まれた部分の面積を求めなさい.

1

(1) ア

3

イ

$\frac{3}{2}$

(2) ウ

-89

エ

20

(3) オ

$\frac{21}{5}$

カ

$\frac{8}{5}\sqrt{26}$

(4) キ

-14

ク

5

(5) ケ

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

コ

$\frac{2}{3}\pi$

2

(1) $\log_2 3 = a \Leftrightarrow 2^a = 3.$

答: 3

(2) 前問の結果と $\log_3 5 = b \Leftrightarrow 3^b = 5$ より, $2^{ab} = (2^a)^b = 3^b = 5.$

答: 5

(3) 前問の結果と $\log_5 7 = c \Leftrightarrow 5^c = 7$ より, $2^{abc} = (2^{ab})^c = 5^c = 7.$

答: 7

(4) 前問の結果と仮定 $abc \cdot p = ab + a + 1$ より,

$$7^p = (2^{abc})^p = 2^{abc \cdot p} = 2^{ab+a+1} = 2^{ab} \cdot 2^a \cdot 2 = 5 \times 3 \times 2 = 30.$$

答: 30

3

(1) ℓ は与えられた放物線の点 $(2, 1)$ における接線であるから, $y' = \frac{1}{2}x$ より

ℓ の傾きは 1 である. よって, ℓ の方程式は $y = 1 \cdot (x - 2) + 1 = x - 1$.

答: $y = x - 1$

(2) ℓ の傾きが 1 であるから, ℓ に垂直な m の傾きは -1 である.

よって, m の方程式は $y = (-1) \cdot (x - 2) + 1 = -x + 3$.

答: $y = -x + 3$

(3) x の 2 次式 $-x^2 + 9x - 22$ を平方完成すると,

$$-x^2 + 9x - 22 = -\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{81}{4} - 22 = -\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 - \frac{7}{4}.$$

よって, 頂点の座標は $\left(\frac{9}{2}, -\frac{7}{4}\right)$ である.

答: $\left(\frac{9}{2}, -\frac{7}{4}\right)$

(4) $y = -x + 3$ と $y = -x^2 + 9x - 22$ を連立して解く. まず, y を消去すると,

$$-x + 3 = -x^2 + 9x - 22 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 25 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 5)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 5.$$

y の値は, $y = -5 + 3 = -2$ となるから, 共有点の座標は $(5, -2)$ である.

答: $(5, -2)$

(5) 求める面積は,

$$\begin{aligned} & \int_0^2 \left\{ \frac{1}{4}x^2 - (-x^2 + 9x - 22) \right\} dx + \int_2^5 \left\{ (-x + 3) - (-x^2 + 9x - 22) \right\} dx \\ &= \int_0^2 \left(\frac{5}{4}x^2 - 9x + 22 \right) dx + \int_2^5 (x^2 - 10x + 25) dx \\ &= \left[\frac{5}{12}x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 22x \right]_0^2 + \left[\frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 25x \right]_2^5 \\ &= \left(\frac{10}{3} - 18 + 44 \right) + \left(\frac{125}{3} - 125 + 125 \right) - \left(\frac{8}{3} - 20 + 50 \right) \\ &= \frac{127}{3} - 4 = \frac{115}{3}. \end{aligned}$$

答: $\frac{115}{3}$