

電気磁気学演習問題

1. 1辺の長さ 10cm の正三角形の 2 頂点、A、B にそれぞれ $+10^{-6}$ 、 -10^{-6} (C) の電荷があるとき、他の頂点 C に $+10^{-8}$ (C) の電荷を置けば、この電荷にいかなる力が作用するか。

$$F=9 \times 10^{-2} \text{ (N)} \quad \text{方向は?}$$

2. 半径 a なる円形の細い線に電荷 Q が分布している場合、円の中心から中心軸上で x の距離の点 P における電界を求めよ。

$$E=Qx/4\pi\epsilon_0(a^2+x^2)^{3/2}$$

3. 図 2-11 のように、半径 $r=5\text{m}$, $z=0\text{m}$ の円板状に一様に分布している $500\pi\mu\text{C}$ の電荷が、 $(0,0,5)\text{m}$ の位置にある $50\mu\text{C}$ の点電荷に与える力を求めよ。(16.56 (N))

計算の手順：(1)円板上の電荷密度 ρ を求める。

(2)円板上の微小面積 ds は $r d\phi \cdot dr$ 、微小面積に帯電している電荷は $dQ=\rho_s r d\phi \cdot dr$ 、(3)微小面積上の電荷による点 P に作用するクーロン力を求め

る式を作る。ただし、円板上の電荷は z 軸に対し

て対称なので、 z 軸に直角な方向の力は相殺され 0 となる。したがって、 z 方向の力のみ式を作る。(4) ϕ について、 $0 \sim 2\pi$ まで積分し、次に r について $0 \sim 5$ まで積分する。

$\int r/(5^2+r^2)^{3/2} dr$ の計算は $t=5^2+r^2$ に置換して行う。

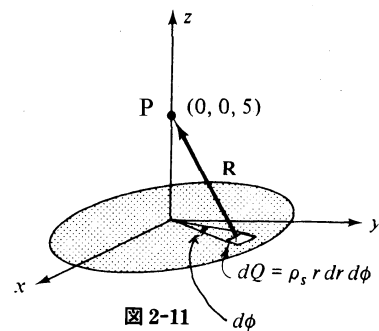


図 2-11

4. 図 2-14 のように、無限に長い直線に沿って一様な密度 ρ で電荷 (線電荷) が分布している。線電荷からの距離 r に存在する電荷 Q_p に働く力を導け。

ヒント (1)線電荷を微小点電荷 dQ のあつまりとみなし、 dQ によって Q_p に働く力 dF を求めることを考える。(2) このとき、微小電荷が dQ が線に沿って無限に存在すると、 Q_p に働く力のうち、線電荷に対して垂直な成分以外は相殺される。

$\int 1/(r^2+z^2)^{3/2} dz$ の計算は $z = r \cdot \tan\theta$ に置換して行う。

$$(r \text{ 方向に } F=\rho Q_p/2\pi\epsilon_0 r)$$

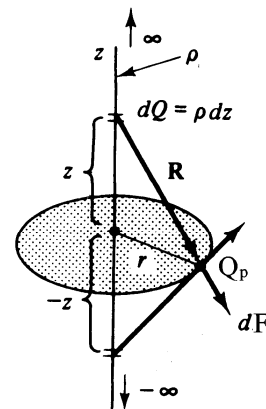


図 2-14

5. $\rho=30x^2y(\mu\text{C}/\text{m}^3)$ のとき、 $0 \leq x \leq 1\text{m}$ 、 $0 \leq y \leq 1\text{m}$ 、 $0 \leq z \leq 1\text{m}$ で限定された体積内の電荷を求めよ。(5 μC)

6. 面 S で囲まれた空間の内部に点電荷 $Q_1=30\text{nC}$, $Q_2=150\text{nC}$, $Q_3=-70\text{nC}$ がある。 S 面を貫通する正味の電束を求めよ。(110(nC))

7. 電荷密度 $\rho_s=12\sin\phi \text{ }\mu\text{C/m}^2$ で帯電した半径 4m の円板が曲面 S で囲まれている。 S を貫通する正味の電束はいくらか。また、そのときの電束の様子を図示せよ。ただし、 ϕ は円板の中心における角度である。(0C)

8. 半径 r , $z=0\text{m}$ の円板上に一様に電荷密度 ρ で分布している、 $(0,0,a)\text{m}$ の位置の電界を求めよ。また、半径 r が無限大、すなわち無限平面のときの電界を求めよ。そのとき、 a が変わると電界はどのように変化するか。(問題 3 の解を参考にせよ。)

9. 球座標の原点に点電荷 $+Q$ があり、原点を中心とする $r=a$ の球殻上の一様な電荷分布に囲まれていて、その全電荷は $-Q$ である。 $r < a$ と $r > a$ での球面を貫通する電束 Ψ を求めよ。またすべての領域における電束密度 D を求めよ。

$$(\Psi=4\pi r^2 D=+Q \text{ } (r < a) \quad =0 \text{ } (r > a))$$

10. 点電荷 $Q=2000\text{pC}$ が球座標の原点にある。同じ中心を持つ $r=1\text{m}$ の電荷の球状分布の密度は $\rho_s=40\pi\text{pC/m}^2$ である。 $r=2\text{m}$ の同心の球殻上にどれだけの面密度があれば、 $r > 2\text{m}$ で $D=0$ となるか。

$$(-71.2\text{pC/m}^2)$$

11. $E=(x/2+2y)\mathbf{a}_x+2x\mathbf{a}_y \text{ (V/m)}$ で与えられる電界がある。 $\mathbf{a}_x$, $\mathbf{a}_y$ はそれぞれ x 軸, y 軸に平行な単位ベクトルである。点電荷 $Q=-20\mu\text{C}$ が、(a) 原点から $(4,0,0)\text{m}$ に移動させるとき、(b) $(4,0,0)\text{m}$ から $(4,2,0)\text{m}$ に移動させるときに、点電荷 Q になされる仕事を求めよ。

$$((a)80\text{J}, (b)320\text{J})$$

12. 全電荷 $(40/3)\text{nC}$ が半径 2m の円板の形に一様に分布している。この電荷による、円板から 2m 離れた軸上の点の電位を求めよ。その電位と、電荷がすべて円板の中心に集まった場合に電位と比較せよ。(演習問題 8 を参考にせよ) (49.7V, 60V)

13. 球座標上の原点に $Q=500\text{pC}$ の点電荷がある。無限遠での電位を 0 とした場合、 $r_B=15\text{m}$, および $r_A=5\text{m}$ における電位を求めよ。また、点 r_B に対する点 r_A の電位差を求めよ。ただし、空間が真空の場合と、比誘電率 $\epsilon_s=5.0$ の誘電体で満たされている場合それぞれについて求めよ。

$$(\text{真空中} : V_5=0.9\text{V}, V_{15}=0.3\text{V}, V_{(AB)}=0.6\text{V}, \text{誘電体中} : V_5=0.18\text{V}, V_{15}=0.06\text{V}, \\ V_{(AB)}=0.12\text{V},)$$

14. 真空中で、大きさ $0.5\text{m} \times 1.0\text{m}$ 、間隔 2cm 、電位差 10V の平行平板コンデンサの容量を求めよ。次に蓄えられているエネルギーを求めよ。

(220pF , 11.0nJ)

15. 真空中において、内側半径が $a(\text{m})$ 、外側半径 $b(\text{m})$ の肉厚の金属球がある。さらにその外側は厚さを無視できる半径 $c(\text{m})$ の金属球で覆われている。($a < b < c$)

- (1) 球の中心に電荷 Q が存在するとき、内球内側空間、内球内部、内球と外球の間の空間、外球の外部における電界をガウスの定理を用いて求めよ。(各球の表面に誘導される電荷を考えてからガウスの定理を用いよ。)

(内球内部は 0 、それ以外は $Q/(4\pi\epsilon_0 r^2)$)

- (2) 上記の状態、外球に電荷 q を与えた場合、各部の電界を求めよ。(各球の表面に誘導される電荷を考えてからガウスの定理を用いよ。)

(外球外側: $(Q+q)/(4\pi\epsilon_0 r^2)$, 内球内部は 0 , 内球内側: $Q/(4\pi\epsilon_0 r^2)$)

- (3) 外球と内球の間の静電容量を求めよ。

($C=4\pi\epsilon_0((1/b)-(1/c))$)

16. 電極間隔が $d=1.0\text{cm}$ の平行コンデンサがある。空気だけが誘電体であったときに直流電圧 29kV を印加した。ただし、空気の絶縁耐力は 30kV/cm である。図 7-19 のように、厚さ $d_2=0.2\text{cm}$ 、絶縁耐力 290kV/cm 、 $\epsilon_r=6.5$ のガラス板を空隙に挿入すると、空気の部分が絶縁破壊を起こす。その理由を説明せよ。

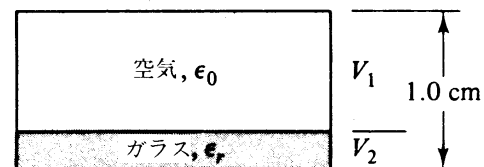


図 7-19

(空気の部分の電界強度が 34907V/cm となり、空気の絶縁耐力より大きい)

17. 断面が一様で長さ 150m の導体が電圧降下 1.3V と電流密度 $4.65 \times 10^8 \text{A/m}^2$ を持っている。この導体の伝導度はいくらか。

($5.37 \times 10^7 \text{S/m}$)

18. 直径 3.0mm の円形断面を持つ長い銅線に、 10A の電流が流れている。 100mm の長さでは、1秒間に伝導電子の何%が(他の電子に置き換えられて)入れ換わるか。アボカドロ数 $N=6.02 \times 10^{23}$ 個/mol, 銅の比重は 8.96 , 原子量は 63.54 である。伝導電子は原子1個あたり1個とする。電子1個の電荷量は $-1.6 \times 10^{-19}\text{C}$ 。

(0. 104%/秒)

19. 5A の線電流が a_y 方向、すなわち y 軸に平行に $x=2\text{m}$, $z=-2\text{m}$ (図 9-10) のところを流れている。原点での磁界 $\mathbf{H}$ を求めよ。

($\mathbf{H}=0.281((a_x+a_z)/(2)^{(1/2)})$; a_x, a_y, a_z はそれぞれ x, y, z 軸方向の単位ベクトル)

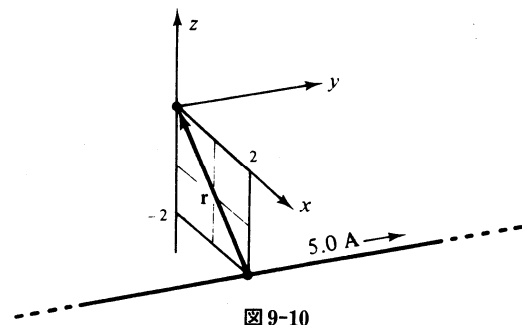


図 9-10

20. 図 9-12 のように、半径 a をもつ無限長の円筒状導体に電流 I が流れている。アンペアの法則から円筒状導体の外側と内側の磁界を求めよ。(外側: $H=(I/(2\pi r))$ 、内側 $H=0$)

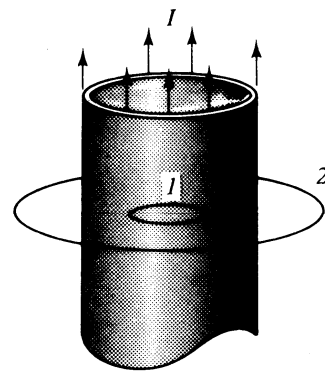


図 9-12

21. 図 10-6 の $z=0$ 面上には、 x, y 方向にそれぞれ w l (エル) の長さを持つ単巻きコイルがある。一様な磁界 $\mathbf{B}$ が $+x$ 方向にあるとき、コイルの右側および左側に働く力を求めよ。

(右: $\mathbf{F}=BIl\mathbf{a}_z$ 左: $\mathbf{F}=-BIl\mathbf{a}_z$, $\mathbf{a}_z$ は Z 軸方向の単位ベクトル)

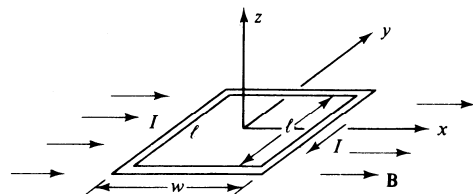


図 10-6

22. 図 10-11 の一様な磁界中を、長さ L の 2 本の導体が w の距離を隔てて平行に位置している。 y 軸のまわりに作用するトルクを求めよ。ただし、2 本の導体はお互いが固定されているものとする。
($T = BILw(-\mathbf{a}_z)$)

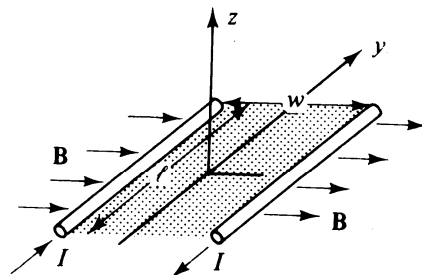


図 10-11

23. 図 11-2 に示される同軸導体の単位長あたりのインダクタンスを求めよ。

$$(L = (\mu_0/2\pi)\ln(b/a))$$

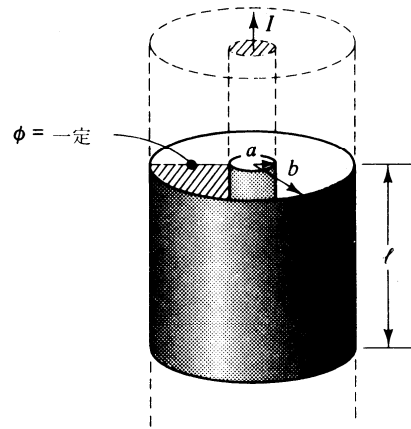


図 11-2

24. 単位長あたりの巻数 300、長さ 0.5m、半径 0.02m の円形断面を持つ理想的ソレノイド（空芯、長岡係数は無視できる）のインダクタンスを求めよ。

$$(568 \mu\text{H/m})$$

25. 図 12-10 の円形ループ導体の半径は 0.1m で、抵抗は 5.0Ω である。 $B=0.20\sin 10^3t$ の磁束が z 軸方向に存在するとき、ループ導体に流れる電流を求めよ。

$$(I = -0.5\pi\cos 10^3t \text{ (A)})$$

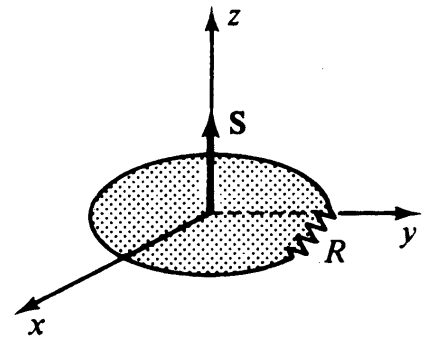


図 12-10

26. 図 12-11 の長方形のループは、原点に向かって速さ $\mathbf{U} = -250\mathbf{a}_y \text{ m/s}$ で、磁界

$$\mathbf{B} = 0.8e^{-0.5y} \mathbf{a}_z \text{ (T)}$$

の中を動いている。コイルの両端が $y=0.5\text{m}$ と 0.6m にきた瞬間の電流を求めよ。ただし、 $R=2.5\Omega$ とする。 $\mathbf{a}_x, \mathbf{a}_z$ はそれぞれ x 方向、 z 方向の単位ベクトルとする。

$$(i = 3.04\text{A})$$

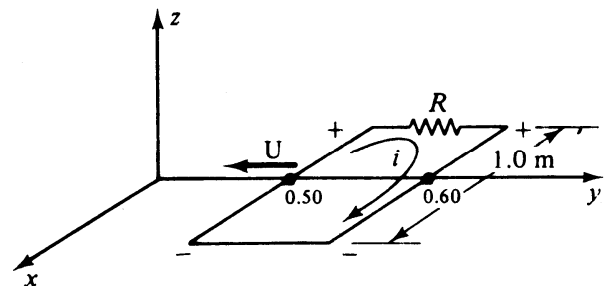


図 12-11

27. 一辺が 0.6m の正方形コイルが x 軸のまわりを $\omega = 60\pi \text{ rad/s}$ で回転する（図 12-16(a)）。磁界が z 軸方向へ $B=0.8 \text{ (T)}$ のとき、 ab 間に誘導される電圧を求めよ。

$$(v = 54.3\sin 60\pi t)$$

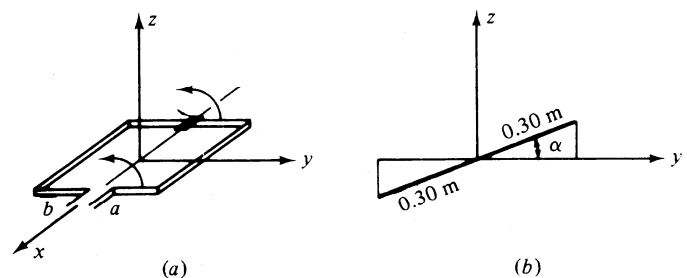


図 12-16